УДК 161.221.3
ББК 87.4я73

НЕКОТОРЫЕ ПРИНЦИПЫ И ОСОБЕННОСТИ ПРАВИЛ ВЫВОДА В ОДНОКВАНТОРНОЙ СИЛЛОГИСТИКЕ

Задорин Вячеслав Владимирович

Кандидат философских наук,
доцент кафедры философии и социологии
Волгоградского филиала Российской академии народного хозяйства
и государственной службы
formessage07@rambler.ru
ул. Гагарина, 8, 400131 г. Волгоград, Российская Федерация

Аннотация. В работе рассматриваются принципы, лежащие в основании универсальной логики одноместных предикатов: принцип исключенного третьего, принцип непротиворечия и принцип тождества. Утверждается, что одна из особенностей правил вывода в однокванторной силлогистике – наличие двух возможных следствий из формулы $\neg\exists x A(x)$.

Ключевые слова: силлогистика, универсальная логика одноместных предикатов, принцип исключенного третьего, принцип непротиворечия и принцип тождества, правила вывода.

Однокванторная силлогистика или универсальная логика одноместных предикатов – это логическая теория, в которой: 1) для записи форм простых категорических высказываний (наряду с общепринятыми символами пропозициональных связок, предметных переменных, констант и одноместных предикатов) используется только квантор существования; 2) универсум (предметная область) рассуждения может оказаться пустым; 3) не накладывается ограничений непустоты, неединичности и неуниверсальности на термины. В данной силлогистической теории вместо ставшей привычной двухкванторной записи четырех типов простых категорических высказываний на языке первопорядковой логики предикатов (общеутвердительных «Все S есть P» – $\forall x(S(x)\rightarrow P(x))$, общеотрицательных «Ни один S не есть P» – $\forall x(S(x)\rightarrow\neg P(x))$, частноутвердительных «Некоторые S есть P» – $\exists x(S(x)\&P(x))$, частноотрицательных «Некоторые S не есть P» – $\exists x(S(x)\&\neg P(x))$) будет использоваться однокванторная: 1) общеутвердительные – $\exists x(S(x)\ \&\ P(x))\ \&\ \neg\exists x(S(x)\ \&\ \neg P(x))$; 2) частноутвердительные – $\exists x(S(x)\ \&\ P(x))$; 3) общеотрицательные – $\neg\exists x(S(x)\ \&\ P(x))$; 4) частноотрицательные – $\neg\exists x(S(x)\ \&\ P(x))\ \vee\ \exists x(S(x)\ \&\ \neg P(x))$.

Такая замена обусловливается следующим обстоятельством: при традиционной записи форм общих простых категорических высказываний с использованием квантора общности и импликации «не всякая формула логики предикатов, выражающая правильный вывод силлогистики, будет общезначимой». Согласно В.Н. Мельникову, это происходит, потому что «логика предикатов допускает такие предикаты, объем которых не содержит ни одного элемента (является пустым множеством)» [7, с. 293]. Существование законов силлогистики, формы которых не могут быть выражены общезначимыми формулами логики предикатов (в традиционной записи), дало основание, например, А.Л. Субботину [8, с. 34] считать силлогистику оригинальной дедуктивной системой, имеющей собственные (отличные от логики предикатов) предпосылки и проблематику. Такая позиция очевидно контрастирует с утверждением Д. Гильберта и В. Аккермана [3, с. 80] о том, что силлогистика (логика одноместных предикатов) «представляет собой только подготовку к ... исчислению предикатов в широком смысле и после его введения становится излишним».

Большинство исследователей все же (в отличие от А.Л. Субботина) придерживаются той точки зрения, что силлогистика достаточно корректно вписывается в логику предикатов первого порядка. Хрестоматийной работой в области изучения аристотелевской силлогистики средствами математической логики является исследование Я. Лукасевича [6]. В.А. Бочаров и В.И. Маркин [2] строят традиционные позитивную и негативную силлогистики, в которых универсум рассуждения является непустым множеством, а на термины накладывается органичения непустоты и неуниверсальности. Эти ограничения ($\exists xP(x)$ & $\exists x\neg P(x)$ для любых терминов P) должны быть учтены при построении аналитических таблиц, тогда доказательства общезначимости формул, выражающих формы правильных выводов данной силлогистической теории, становятся возможными. В 2008 г. В.А. Бочаров и В.И. Маркин, наряду с традиционными позитивной и негативной силлогистиками, излагают отдельные аспекты силлогистической теории, которую они называют аристотелевской, где на термины не накладывается какихлибо ограничений, а универсум рассуждения не должен быть пустым – об этом свидетельствует их утверждение о 15 (а не о 16, как в [4]) возможных двухтерминных модельных схемах. В.А. Бочаров и В.И. Маркин утверждают, что «в аристотелевской логике верны все законы логического квадрата, все законы обращения и все 24 модуса простого категорического силлогизма» [1, с. 272], и, используя запись форм: 1) общеутвердительных – $\forall x(S(x)\rightarrow P(x))$ & $\exists xS(x)$; 2) общеотрицательных – $\forall x(S(x)\rightarrow\neg P(x))$; 3) частноутвердительных – $\exists x(S(x)\&P(x))$; 4) частноотрицательных – $\exists x(S(x)\&\neg P(x)) \vee \neg\exists xS(x)$, «можно в рамках исчисления предикатов решать вопрос о выводимостях, имеющих место в аристотелевской силлогистике» [1, с. 272]. Собственно, идея добавлять префикс $\exists xS(x)\&$ при переводе общих высказываний с разговорного языка была высказана уже С. Клини [9, с. 140], хотя «основание, по которому мы предпочитаем использовать “Все S суть P” и “Все S суть не P” в смысле $\forall x(S(x)\rightarrow P(x))$ и $\forall x(S(x)\rightarrow\neg P(x))$ соответственно, заключается в том, что смысл этот проще и потому полезнее... Простота нашего перевода выявляется при записи в терминах теории множеств».

Однокванторная запись формы общих простых категорических высказываний эффективна, потому что позволяет доказать общезначимость именно всякой формулы логики предикатов, выражающей правильный вывод любой силлогистической теории (как с наложением ограничений на термины и предметную область рассуждения, так и без ограничения), используя, ближайшим образом, метод аналитических таблиц. Этот метод впервые был введен Р.М. Смаллианом [10] как синтез отдельных функций семантических таблиц Бета и таблиц Хинтики, и использовался им как в логике высказываний, так и в логике предикатов первого порядка. Применение данного метода в силлогистике мы связываем с именами В.Н. Мельникова (1989), В.А. Бочарова и В.И. Маркина (1994, 2008). В.Н.Мельников строит аналитические таблицы для законов силлогистики, не накладывая ограничений непустоты и неуниверсальности на термины. Это приводит его к выводу о том, что: «1) ... все ... законы логического квадрата, за исключением отношения контрадикторности, не могут быть выражены всегда истинными формулами логики предикатов; 2) правильные сильные модусы категорического силлогизма AAI и EAO третьей и четвертой фигур не выражаются всегда истинными формулами логики предикатов; 3) для всех ослабленных модусов характерно то же самое; 4) только 15 правильных модусов оказываются всегда истинными формулами в смысле логики предикатов» [7, с. 317–318]. В.А. Бочаров и В.И. Маркин накладывают ограничения непустоты и неуниверсальности на термины, поэтому могут обоснванно утверждать, что «А является общезначимым выражением традиционной позитивной и негативной силлогистик тогда и только тогда, когда $(A^{*}\&A^{**}) \supset B$ является общезначимой формулой логики предикатов (теоремой исчисления предикатов)», где A – произвольное утверждение традиционной негативной силлогистики; B – формула исчисления предикатов, полученная с помощью фундаментального перевода ($SaP \to (\forall x(S(x) \to P(x))$, $SiP \to \exists x(S(x) \wedge P(x))$, $SeP \to \forall x(S(x) \to \neg P(x))$, $SoP \to \exists x(S(x) \wedge \neg P(x))$; A^* – конъюнкция, выражающая условие непустоты всех терминов, входящих в A; а A^{**} – конъюнкция, выражающая условие неуниверсальности всех терминов, входящих в A [2]. В работе [5] аналитические таблицы строятся в рамках однокванторной силлогистики.

Универсальная логика одноместных предикатов яляется двузначной логической теорией, то есть в ней высказывания могут принимать только одно из двух значений – истина, либо ложь. Поэтому можно утверждать, что в ее основании (по определению, поскольку она двузначная, а не одно-, трех- или многозначная) лежит принцип исключенного третьего, в том смысле, что «Всякое высказывание необходимо истинно либо ложно, третьего не дано». В двузначных логических теориях не рассматриваются высказывания, значения которых невозможно установить, например: «Завтра будет морское сражение» или высказывания, утверждающие собственную ложность (скажем, «Я лгу»). Если утверждение высказывания считать эквивалентным его истинности, а отрицание – ложности, то форма принципа исключенного третьего (как она представлена в логике высказываний) будет выражаться тождественно истинной формулой: $A \underline{\vee} \neg A$ (читается: «A либо неверно, что A»), где вместо A может быть подставлена любая формула логики высказываний, выражающая форму некоторого высказывания (простого или сложного). Тождественно истинная формула, выражающая форму принципа исключенного третьего, является одной из бесконечного множества подобных формул (называемых также законами логики высказываний), поэтому многие логики считают, что принцип исключенного третьего не имеет никакого особого (по сравнению с другими законами) статуса. Принцип исключенного третьего может быть сформулирован и так: «Всякому предмету S свойство P либо принадлежит, либо не принадлежит, третьего не дано».

Другим принципом, лежащим в основании однокванторной силлогистики, впрочем, также, как и других двузначных теорий, является закон непротиворечия (который ранее также называли законом противоречия). В логике высказываний он может быть сформулирован так: «Невозможно, чтобы высказывание и его отрицание были одновременно истинными» и записан в виде тождественно истинной формулы $\neg(A \& \neg A)$ (читается: «Неверно, что “A и неверно, что A”»), где вместо A может быть подставлена любая формула логики высказываний. В логике предикатов первого порядка и силлогистике принцип непротиворечия, согласуясь с его первоначальной, аристотелевской, трактовкой, можно изложить следующим образом: «Невозможно, чтобы одно и тоже свойство было и не было присуще одному и тому же предмету в одно и тоже время, в одном и том же отношении, в одном и том же смысле». Мы запишем его следующей формулой $\neg\exists x(S(x) \& (P(x) \& \neg P(x)))$ («Неверно, что существуют такие x, которые обладают свойством S, а также свойством P и свойством не-P»). Данная формула является общезначимой формулой логики предикатов первого порядка, что может быть доказано методом аналитических таблиц. При этом нужно учитывать, что метод аналитических таблиц сам основан на принципе непротиворечия, поскольку: 1) первым шагом (записанном в нулевой строке) в построении таблицы для доказательства общезначимости некоторой формулы является предположение о ее необщезначимости, то есть допущение утверждения, противоречащего исходному; 2) сама таблица считается замкнутой, когда каждая ее строка является замкнутой, то есть содержит противоречие – формулу и ее отрицание. Аналитическая таблица для принципа непротиворечия в той форме, в которой мы его сформулировали, будет иметь следующий вид:

0. $\neg\neg\exists x(S(x) \& (P(x) \& \neg P(x)))$ [$\neg\neg$]
1. $\exists x(S(x) \& (P(x) \& \neg P(x)))$ [$\exists$]
2. $S(a) \& (P(a) \& \neg P(a))$ [&]
3. $S(a)$, $(P(a) \& \neg P(a))$ [&]
4. $S(a)$, $\underline{P(a)}$, $\underline{\neg P(a)}$ [+]

Третьим принципом рассматриваемой силлогистической теории, наряду с принципами исключенного третьего и принципом непротиворечия, является принцип тождества. В виде общих высказываний он будет формулироваться так: «Всякий Р есть Р», а виде частных – «Некоторый Р есть Р». Форма общеутвердительного высказывания на языке однокванторной силлогистики будет выглядеть так: $\exists x(P(x)\&P(x))$ & $\neg\exists x(P(x)\&\neg P(x))$, а частноутвердительного –

0. $\neg\exists xA(x), B_1, B_2, \ldots, B_к$
1.1. $\neg A(c), B_1, B_2, \ldots, B_к$
1.2. $\neg\exists xA(x), \neg\exists x\neg A(x), B_1, B_2, \ldots, B_к$,

где с – предметная константа, обозначающая отдельный предмет (элемент) из универсума рассуждения; А – элементарная формула логи-

1		$\exists xP(x)$	$\exists x\neg P(x)$	
2	$\exists xP(x)$ & $\exists x\neg P(x)$	И	И	¬P | P
3	$\exists xP(x)$ & $\neg\exists x\neg P(x)$	И	Л	P
4	$\neg\exists xP(x)$ & $\exists x\neg P(x)$	Л	И	¬P
5	$\neg\exists xP(x)$ & $\neg\exists x\neg P(x)$	Л	Л	

$\exists x(P(x)$ & $P(x))$. Для исследования особенностей законов силлогистического тождества обратимся к семантике однотерминных простых категорических высказываний, которую поясним с помощью модельных схем, где окружностями или прямоугольниками будем обозначать множества предметов, репрезентируемых субъектами и предикатами простых категорических высказываний, а квадратом или прямоугольником – универсум рассуждения:

В универсальной силлогистике рассматриваемая предметная область (универсум рассуждения U) вполне может оказаться пустой, то есть не содержать ни одного предмета – это показано в вышеприведенной таблице последней строкой, а может содержать и один единственный предмет – это будут частные случаи 3 и 4 строк таблицы. Из отрицания высказывания $\exists xP(x)$, то есть из высказывания $\neg\exists xP(x)$ не следует высказывание $\exists x\neg P(x)$, а из него – в свою очередь высказывание $\neg P(a)$, так как отрицать существование предметов x, обладающих свойством Р, можно и при существующих x, обладающих свойством $\neg P$ (строка 4), и при несуществовании каких бы то ни было x вообще (строка 5). Подобным образом из высказывания $\neg\exists x(S(x)\&P(x))$ не следует утверждение о существовании предмета a, который не обладал бы свойствами S и Р одновременно $\neg(S(a)\&P(a))$. Это означает, что правила вывода, используемые при построении аналитических таблиц должны быть скорректированы:

ки предикатов или сложная формула логики предикатов, образованная только двойными связками логики высказываний и элементарными формулами; $B_1, B_2, \ldots, B_к$ – произвольные формулы.

Здесь возникает следующая коллизия – будут ли соблюдаться законы силлогистического тождества в отношении предмета(-ов) Р, когда предметов, обладающих свойством Р в рассматриваемой предметной области не существует (строки 4, 5)? Утвердительный ответ представляется очевидным, поскольку ничего не мешает нам выбрать другую предметную область, где предмет Р будет существующим. Однако попытка доказать это приводит к интересным результатам. Для доказательства данного положения примем, что высказывание будет истинным тогда и только тогда, когда формула, описывающая его форму, логически следует из формулы, описывающей положение дел, представленное на соответствующей схеме. Таблица для формул: $(\exists xP(x)$ & $\exists x\neg P(x)) \rightarrow (\exists x(P(x)$ & $P(x))$ & $\neg\exists x(P(x)$ & $\neg P(x)))$, описывающей положение дел в строке 2, $(\exists xP(x)$ & $\neg\exists x\neg P(x)) \rightarrow (\exists x(P(x)$ & $P(x))$ & $\neg\exists x(P(x)$ & $\neg P(x)))$ – строка 3, $(\neg\exists xP(x)$ & $\neg\exists x\neg P(x)) \rightarrow (\exists x(P(x)$ & $P(x))$ & $\neg\exists x(P(x)$ & $\neg P(x)))$ – строка 5, будет замкнутой. А для формулы $(\neg\exists xP(x)$ & $\exists x\neg P(x)) \rightarrow (\exists x(P(x)$ & $P(x))$ & $\neg\exists x(P(x)$ & $\neg P(x)))$, описывающей положение дел в строке 4 – нет:

0. $\neg[(\neg\exists xP(x)$ & $\exists x\neg P(x)) \rightarrow (\exists x(P(x)$ & $P(x))$ & $\neg\exists x(P(x)$ & $\neg P(x))]$ $[\neg\rightarrow]$

1. $(\neg\exists xP(x) \;\&\; \exists x\neg P(x)), \neg(\exists x(P(x) \;\&\; P(x)) \;\&\; \neg\exists x(P(x) \;\&\; \neg P(x)))$ [&]

2. $\neg\exists xP(x), \exists x\neg P(x), \neg(\exists x(P(x) \;\&\; P(x)) \;\&\; \neg\exists x(P(x) \;\&\; \neg P(x)))$ [∃]

3. $\neg\exists xP(x), \neg P(a), \neg(\exists x(P(x) \;\&\; P(x)) \;\&\; \neg\exists x(P(x) \;\&\; \neg P(x)))$ [¬∃]

4.1. $\underline{\neg P(a)}, \underline{\neg P(a)}, \neg(\exists x(P(x) \;\&\; P(x)) \;\&\; \neg\exists x(P(x) \;\&\; \neg P(x)))$ [–]

4.2. $\neg\exists x\neg A(x), \neg\exists xP(x), \underline{\neg P(a)}, \neg(\exists x(P(x) \;\&\; P(x)) \;\&\; \neg\exists x(P(x) \;\&\; \neg P(x)))$

Оказывается, что методом аналитических таблиц доказать тождественность преметов P себе самим невозможно в том случае, когда универсум рассуждения состоит только из предметов, не обладающих свойством P (таблица 3 в строке 4.1 не замыкается и применение правил вывода к другим формулам этой строки также не приводит к искомому результату). Собственно, это согласуется с тем, что в ряде современных силлогистических теорий законы силлогистического тождества считаются аксиомами.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бочаров, В. А. Введение в логику : учебник / В. А. Бочаров, В. И. Маркин. – М. : Форум : ИНФРА-М, 2008. – 560 с.

2. Бочаров, В. А. Основы логики : учебник / В. А. Бочаров, В. И. Маркин. – М. : Космополис, 1994. – 272 с.

3. Гильбер, Д. Основы теоретической логики / Д. Гильбер, В. Аккерман. – М. : Иностр. лит., 1947. – 306 с.

4. Задорин, В. В. 16 двухтерминных модельных схем аристотелевской силлогистики / В. В. Задорин // Вестник Волгоградского государственного университетата. Серия 7, Философия. Социология и социальные технологии. – 2010. – № 1 (11). – С. 46–50.

5. Задорин, В. В. Доказательство методом аналитических таблиц «слабых» модусов аристотелевской силлогистики / В. В. Задорин // Вестник Волгоградского государственного университетата. Серия 7, Философия. Социология и социальные технологии. – 2011. – № 1(13). – С. 76–79.

6. Лукасевич, Я. Аристотелевская силлогистика с точки зрения современной формальной логики / Я. Лукасевич. – М. : Иностр. лит., 1959. – 311 с.

7. Мельников, В. Н. Логические задачи / В. Н. Мельников. – К. ; Одесса : Выща шк., 1989. – 344 с.

8. Субботин, А. Л. Теория силлогистики в совремменной формальной логике / А. Л.Субботин. – М. : Наука, 1965. – 123 с.

9. Kleene, S. C. Mathematical Logic / S. C. Kleene. – N. Y. : John Wiley & Sons, 1967. – 398 p.

10. Smullyan, R. M. First-order logic / R. M. Smullyan. – N. Y. : Dover Publications, 1995. – 166 p.

SOME PRINCIPLES AND ESPECIALLY THE RULES FOR THE CONSTRUCTION OF TABLEAUX OF THE ONEQUANTIFER SYLLOGISTIC

Zadorin Vyacheslav Vladimirovich

Candidate of Philosophical Sciences,
Senior Lecturer, Department of Philosophy and Sociology,
Volgograd Branch of the Russian Presidential Academy of National Economy and Public Administration
formessage07@rambler.ru
Gagarin St., 8, 400131 Volgograd, Russian Federation

Abstract. The article discusses the principles of the Universal logic of a 1-place predicate: the principle of the excluded third, the principle of non-contradiction, the principle of identity. The author argues that one of the peculiarities of rules of inference in one-quantified syllogistics is the presence of two possible derived relations out of the formula $\neg\exists xA(x)$.

Key words: syllogistic, the Universal logic of 1-place predicate, the principle of the excluded third, the principle of non-contradiction, the principle of identity.