НАУЧНЫЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 162.2
ББК 87.4я73

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО МЕТОДОМ АНАЛИТИЧЕСКИХ ТАБЛИЦ «СЛАБЫХ» МОДУСОВ АРИСТОТЕЛЕВСКОЙ СИЛЛОГИСТИКИ

В.В. Задорин

Тезис данной работы представляет собой утверждение, что однокванторная запись простых категорических высказываний позволяет методом аналитических таблиц доказать правильность всех 24 модусов простого категорического силлогизма аристотелевской силлогистики, что является новым для логических исследований.

Ключевые слова: *силлогистика, силлогизм, метод аналитических таблиц.*

Прежде всего оговоримся, что в контексте данной статьи под термином «аристотелевская силлогистика» будем понимать (солидаризируясь с позицией В.А. Бочарова и В.И. Маркина) такую силлогистическую теорию, в которой на термины простых категорических высказываний не накладывается ограничение непустоты и неуниверсальности. Термин «силлогистика», или «силлогистическая теория», будем использовать в общепринятом смысле – для обозначения теории умозаключений, основанных на субъектно-предикатных связях между простыми категорическими атрибутивными высказываниями. Последние в современной логике принято записывать на языке логики предикатов следующим образом: общеутвердительные – $\forall x(S(x)\rightarrow P(x))$, общеотрицательные – $\forall x(S(x)\rightarrow\neg P(x))$, частноутвердительные – $\exists x(S(x)\wedge P(x))$, частноотрицательные – $\exists x(S(x)\wedge\neg P(x))$. Подобная запись приводит к тому, что, как справедливо утверждает А.Л. Субботин, «не всякая формула логики предикатов, выражающая правильный вывод силлогистики, будет общезначимой... Тогда имеет смысл согласиться (как это предлагает С. Клини), что областью значения переменных является некоторое непустое множество. Тот факт, что силлогистику нельзя вывести только из собственных предпосылок логики предикатов, дает основание считать ее оригинальной дедуктивной системой, имеющей свои собственные предпосылки и свою собственную проблематику» (цит. по: [4, с. 293]).

Для того, чтобы доказать, что некоторая формула языка логики предикатов является общезначимой, то есть законом данной теории, в современной логике используется аналитико-табличный метод. Первая строка аналитической таблицы представляет собой допущение необщезначимости доказываемой формулы, а дальнейшие строки – рассмотрение возможных следствий из этого допущения. Если для данной формулы удается построить такую таблицу, в которой допущение каждого рассматриваемого следствия приводит к наличию некоторой формулы и ее отрицания, то общезначимость данной формулы считается доказанной. Подобная таблица называется замкнутой.

Построение аналитических таблиц для любых формул, записанных на языке логики предикатов, носит творческий характер, поскольку универсального алгоритма для этой процедуры не существует, несмотря на наличие рекомендаций, облегчающих данную процедуру посредством указания общей очередности применения отдельных правил. Построение замкнутой аналитичесой таблицы позволяет утверждать, что рассуждение, построенное по форме, записанной общезначимой формулой, является правильным. Особый интерес представляют формулы, выражающие законы аристотелевской силлогистики и других силлогистических теорий, так как кажущаяся самоочевидность и достоверность этих законов требуют отнюдь не столь же очевидного доказательства.

Вышеуказанная запись общих простых категорических высказываний с использованием квантора общности и импликации при построении аналитических таблиц для доказательства общезначимости формул, выражающих формы правильных модусов простого категорического силлогизма, приводит к тому, что: во-первых, в силлогистических теориях, в которых *не накладывается ограничение* непустоты и неуниверсальности на термины – 1) только 15 из 19 так называемых «сильных» модусов простого категорического силлогизма являются всегда истинными (общезначимыми) формулами логики предикатов; 2) оставшиеся 4 «сильных» модуса и 5 «слабых» модусов простого категорического силлогизма не являются всегда истинными (общезначимыми) формулами логики предикатов; вовторых, в силлогистических теориях, в которых подобное *ограничение накладывается* (в частности, в традиционной позитивной и традиционной негативной силлогистиках В.А. Бочарова и В.И. Маркина), может быть доказана общезначимость всех формул, выражающих законы этих теорий [1, с. 269]. К «слабым» модусам будем относить модусы: AAI (Barbari), EAO (Celaront) по первой фигуре; EAO (Cesaro), AEO (Cameostro) по второй фигуре; AEO (Cameno) по четвертой. Слабыми они считаются потому, что в силлогизмах с данными посылками заключение вполне может быть общим высказыванием (соответственно): AAA (Barbara), EAE (Celarent), EAE (Cesare), AEE (Camastres), AEE (Camenes).

Тезис данной работы представляет собой утверждение, что однокванторная запись простых категорических высказываний в виде: 1) общеутвердительные – $\exists x(S(x)\wedge P(x)) \wedge \neg\exists x(S(x)\wedge\neg P(x))$; 2) частноутвердительные – $\exists x(S(x) \wedge P(x))$; 3) общеотрицательные – $\neg\exists x(S(x) \wedge P(x))$; 4) частноотрицательные – $\neg\exists x(S(x) \wedge P(x)) \vee \exists x(S(x) \wedge \neg P(x))$, – позволяет методом аналитических таблиц доказать правильность всех 24 модусов простого категорического силлогизма аристотелевской силлогистики (то есть в том случае, когда на термины не накладывается ограничение непустоты и неуниверсальности), что является новым для логических исследований.

В качестве иллюстрации построим аналитическую таблицу для модуса CESARO по второй фигуре (Все P не есть M. Все S есть M. Следовательно, Некоторые S не есть P):

$$(\forall x(S(x)\to M(x)) \wedge \forall x(P(x)\to\neg M(x)))\to \\ \to\exists x(S(x)\wedge\neg P(x))$$

$$0.\ \neg((\forall x(S(x)\to M(x)) \wedge \forall x(P(x)\to\neg M(x)))\to \\ \to\exists x(S(x)\wedge\neg P(x)))\ [\neg\to]$$

$$1.\ (\forall x(S(x)\to M(x)) \wedge \forall x(P(x)\to\neg M(x))), \\ \neg\exists x(S(x)\wedge\neg P(x))\ [\wedge]$$

$$2.\ \forall x(S(x)\to M(x)), \forall x(P(x)\to\neg M(x)), \\ \neg\exists x(S(x)\wedge\neg P(x))\ [\forall]$$

$$3.\ \forall x(S(x)\to M(x)), \forall x(P(x)\to\neg M(x)), \\ \neg\exists x(S(x)\wedge\neg P(x)),\ S(a)\to M(a)\ [\forall]$$

$$4.\ \forall x(S(x)\to M(x)), \forall x(P(x)\to\neg M(x)), \\ \neg\exists x(S(x)\wedge\neg P(x)),\ S(a)\to M(a), \\ P(x)\to\neg M(x)\ [\forall]$$

$$5.\ \forall x(S(x)\to M(x)), \forall x(P(x)\to\neg M(x)), \\ \neg\exists x(S(x)\wedge\neg P(x)),\ S(a)\to M(a),\ P(a)\to\neg M(a), \\ \neg(S(a)\wedge\neg P(a))\ [\to]$$

$$6.1.\ \forall x(S(x)\to M(x)), \forall x(P(x)\to\neg M(x)), \\ \neg\exists x(S(x)\wedge\neg P(x)),\ \neg S(a),\ P(a)\to\neg M(a), \\ \neg(S(a)\wedge\neg P(a))\ [\neg\wedge]$$

6.2. $\forall x(S(x)\to M(x)), \forall x(P(x)\to\neg M(x)), \neg\exists x(S(x)\wedge\neg P(x)), M(a), P(a)\to\neg M(a), \neg(S(a)\wedge\neg P(a))$ [$\to$]

7.1.1. $\forall x(S(x)\to M(x)), \forall x(P(x)\to\neg M(x)), \neg\exists x(S(x)\wedge\neg P(x)), \underline{\neg S(a)}, P(a)\to\neg M(a), \underline{\neg S(a)}$ [–]

7.1.2. $\forall x(S(x)\to M(x)), \forall x(P(x)\to\neg M(x)), \neg\exists x(S(x)\wedge\neg P(x)), \neg S(a), P(a)\to\neg M(a), \neg\neg P(a)$ [$\to$]

7.2.1. $\forall x(S(x)\to M(x)), \forall x(P(x)\to\neg M(x)), \neg\exists x(S(x)\wedge\neg P(x)), M(a), \neg P(a), \neg(S(a)\wedge\neg P(a))$ [$\neg\wedge$]

7.2.2. $\forall x(S(x)\to M(x)), \forall x(P(x)\to\neg M(x)), \neg\exists x(S(x)\wedge\neg P(x)), \underline{M(a), \neg M(a)}, \neg(S(a)\wedge\neg P(a))$ [+]

8.1.2.1. $\forall x(S(x)\to M(x)), \forall x(P(x)\to\neg M(x)), \neg\exists x(S(x)\wedge\neg P(x)), \neg S(a), \underline{\neg P(a), P(a)}$ [+]

8.1.2.2. $\forall x(S(x)\to M(x)), \forall x(P(x)\to\neg M(x)), \neg\exists x(S(x)\wedge\neg P(x)), \neg S(a), \neg M(a), P(a)$ [–]

8.2.1.1. $\forall x(S(x)\to M(x)), \forall x(P(x)\to\neg M(x)), \neg\exists x(S(x)\wedge\neg P(x)), M(a), \neg P(a), \neg S(a)$ [–]

8.2.1.2. $\forall x(S(x)\to M(x)), \forall x(P(x)\to\neg M(x)), \neg\exists x(S(x)\wedge\neg P(x)), M(a), \underline{\neg P(a), \neg\neg P(a)}$ [+]

Строки 7.1.1, 8.1.2.2, 8.2.1.1 оказываются незамкнутыми, при этом повторное применение правил [$\forall$] и [$\neg\exists$] также приведет к подобным результатам. Альтернативная аналитическая таблица выглядит так:

$(\exists x(S(x)\wedge M(x))\wedge\neg\exists x(S(x)\wedge\neg M(x))) \wedge \neg\exists x(P(x) \wedge M(x)) \to \exists x(S(x)\wedge\neg P(x))$

0. $\neg((\exists x(S(x)\wedge M(x))\wedge\neg\exists x(S(x)\wedge\neg M(x))) \wedge \neg\exists x(P(x) \wedge M(x)) \to \exists x(S(x)\wedge\neg P(x)))$ [$\neg\to$]

1. $(\exists x(S(x)\wedge M(x))\wedge\neg\exists x(S(x)\wedge\neg M(x))) \wedge\neg\exists x(P(x) \wedge M(x)), \neg\exists x(S(x)\wedge\neg P(x))$[$\wedge$]

2. $(\exists x(S(x)\wedge M(x))\wedge\neg\exists x(S(x)\wedge\neg M(x))), \neg\exists x(P(x) \wedge M(x)), \neg\exists x(S(x)\wedge\neg P(x))$[$\wedge$]

3. $\exists x(S(x)\wedge M(x)), \neg\exists x(S(x)\wedge\neg M(x)), \neg\exists x(P(x) \wedge M(x)), \neg\exists x(S(x)\wedge\neg P(x))$ [$\exists$]

4. $S(a)\wedge M(a), \neg\exists x(S(x)\wedge\neg M(x)), \neg\exists x(P(x) \wedge M(x)), \neg\exists x(S(x)\wedge\neg P(x))$ [$\wedge$]

5. $S(a), M(a), \neg\exists x(S(x)\wedge\neg M(x)), \neg\exists x(P(x) \wedge M(x)), \neg\exists x(S(x)\wedge\neg P(x))$ [$\neg\exists$]

6. $S(a), M(a), \neg(S(a)\wedge\neg M(a)), \neg\exists x(S(x)\wedge\neg M(x)), \neg\exists x(P(x) \wedge M(x)), \neg\exists x(S(x)\wedge\neg P(x))$ [$\neg\exists$]

7. $S(a), M(a), \neg(S(a)\wedge\neg M(a)), \neg(P(x) \wedge M(x)), \neg\exists x(S(x)\wedge\neg M(x)), \neg\exists x(P(x)\wedge M(x)), \neg\exists x(S(x)\wedge\neg P(x))$ [$\neg\exists$]

8. $S(a), M(a), \neg(S(a)\wedge\neg M(a)), \neg(P(a) \wedge M(a)), \neg(S(a)\wedge\neg P(a)), \neg\exists x(S(x)\wedge\neg M(x)), \neg\exists x(P(x)\wedge M(x)), \neg\exists x(S(x)\wedge\neg P(x))$ [$\neg\wedge$]

9.1. $\underline{S(a)}, M(a), \underline{\neg S(a)}, \neg(P(a) \wedge M(a)), \neg(S(a)\wedge\neg P(a)), \neg\exists x(S(x)\wedge\neg M(x)), \neg\exists x(P(x)\wedge M(x)), \neg\exists x(S(x)\wedge\neg P(x))$ [+]

9.2. $S(a), M(a), \neg\neg M(a), \neg(P(a) \wedge M(a)), \neg(S(a)\wedge\neg P(a)), \neg\exists x(S(x)\wedge\neg M(x)), \neg\exists x(P(x)\wedge M(x)), \neg\exists x(S(x)\wedge\neg P(x))$ [$\neg\wedge$]

10.2.1. $S(a), M(a), \neg P(a), \neg(S(a)\wedge\neg P(a)), \neg\exists x(S(x)\wedge\neg M(x)), \neg\exists x(P(x)\wedge M(x)), \neg\exists x(S(x)\wedge\neg P(x))$ [$\neg\wedge$]

10.2.2. $S(a), \underline{M(a), \neg M(a)}, \neg(S(a)\wedge\neg P(a)), \neg\exists x(S(x)\wedge\neg M(x)), \neg\exists x(P(x)\wedge M(x)), \neg\exists x(S(x)\wedge\neg P(x))$ [+]

11.2.1.1. $\underline{S(a)}, M(a), \neg P(a), \underline{\neg S(a)}, \neg\exists x(S(x)\wedge\neg M(x)), \neg\exists x(P(x)\wedge M(x)), \neg\exists x(S(x)\wedge\neg P(x))$ [+]

11.2.1.2. $S(a), M(a), \underline{\neg P(a), \neg\neg P(a)}, \neg\exists x(S(x)\wedge\neg M(x)), \neg\exists x(P(x)\wedge M(x)), \neg\exists x(S(x)\wedge\neg P(x))$ [+]

Как видим, аналитическая таблица замыкается. Это позволяет автору утверждать, что однокванторная силлогистика может быть рассмотрена как обобщение силлогистических теорий (традиционных и аристотелевских). Фрагменты семантики однокванторной силлогистики представлены в работе «16 двухтерминных модельных схем аристотелевской силлогистики» [3], а тезис, созвучный тезису данной работы, был представлен во время выступления «Однокванторная силлогистика и метод аналитических таблиц» на конференции «Современная логика: проблемы теории и истории» в Санкт-Петербурге в 2010 году [2].

Одним из интересных следствий данного тезиса будет опровержение положения о том, что пустое множество есть подмножество всякого множества. Для опровержения воспроизведем определения: 1) множество А является **подмножеством** множества В тогда и только тогда, когда всякий элемент множества А в то же время есть элемент множества В; 2) **пустое множество** – множество, не содержащее ни одного элемента.

Рассмотрим утверждение «Пустое множество есть подмножество всякого множества». Необходимо оценить истинностное значение высказывания «Всякий элемент множества А в то же время есть элемент множества В» в том случае, когда А – пустое множество, а В – непустое.

Если общеутвердительное высказывание «Всякий элемент множества А в то же время есть элемент множества В» записать с использованием квантора общности и импликации, то окажется, что оно будет ложным только в одном случае – когда существуют такие элементы множества А, которые не являются элементами множества В. Для той интерпретации, где множество А – пустое, окажется, что ни одного его элемента не существует, поэтому основание импликации «Если данный элемент принадлежит множеству А, то он принадлежит и множеству В» ложно, а значит, сама импликация истинна для любого множества В. Это ход рассуждения сторонников тезиса «Пустое множество есть подмножество всякого множества». Однако когда мы не станем записывать определение подмножества некоторого множества в импликативной форме, окажется, что поскольку пустое множество не содержит ни одного элемента, постольку не существует таких элементов множества А, которые в то же время были бы и элементами множества В, поэтому пустое множество не является подмножеством какого-либо непустого множества.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бочаров, В. А. Введение в логику / В. А. Бочаров, В. И. Маркин. – М. : ИД «ФОРУМ» : ИНФРА-М, 2008. – 560 с.
2. Задорин, В. В. Однокванторная силлогистика и метод аналитических таблиц / В. В. Задорин // Современная логика: проблемы теории и истории : материалы XI Междунар. конф., г. Санкт-Петербург, 24–26 июня 2010 г. – СПб., 2010. – С. 439–442.
3. Задорин, В. В. 16 двухтерминных модельных схем аристотелевской силлогистики / В. В. Задорин // Вестн. Волгогр. гос. ун-та. Сер. 7, Филос. Социол. и соц. технол. – 2010. – № 1 (11). – С. 46–50.
4. Мельников, В. Н. Логические задачи / В. Н. Мельников. – К. ; Одесса : Выща шк., 1989. – 344 с.
5. Субботин, А. Л. Теория силлогистики в современной формальной логике / А. Л. Субботин. – М. : Наука, 1965. – 123 с.

THE PROOF OF “WEAK MODUSES” IN ARISTOTELS SYLLOGISTICS THROUGH ANALYTICAL TABLES

V.V. Zadorin

The thesis of the work states that one-quantifier record of simple categorical statements allows to prove the correctness of all 24 moduses of a simple categorical syllogism of Aristotels syllogistics through the analytical tables method. The author considers this approach innovative for logic researches.

Key words: *syllogistic, syllogism, method of analytical tables.*